

Roll No.

MSCMAT-12 (M.Sc. Mathematics)

First Year Examination-2014

MAT-504

Differential Geometry and Tensors

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 60

Note : This paper is of sixty (60) marks divided into three (03) sections. Learners are required to attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

Section - A / खंड-क

(Long answer type Questions) / (दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long-answer-type questions of fifteen (15) marks each. Learners are required to answer any two (02) questions only. (2×15=30)

नोट : यह प्रश्न-पत्र साठ (60) अंकों का है जो तीन (03) खंडों में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खंडों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

1. For the curve $x = 2abt$

$$y = a^2 \log t, z = b^2 t^2$$

$$\text{show that } P = \sigma = \frac{(a^2 + 2b^2 t^2)}{2abt}$$

वक्र $x = 2abt$, $y = a^2 \log t$, $z = b^2 t^2$ के लिए सिद्ध कीजिए

$$P = \sigma = \frac{(a^2 + 2b^2 t^2)}{2abt}$$

2. Find the envelope of the surface $lx + my + nz = p$ where $a^2 l^2 + b^2 m^2 + 2np = 0$

सतह $lx + my + nz = p$ के लिए इनवलोप ज्ञात कीजिए जबकि $a^2 l^2 + b^2 m^2 + 2np = 0$

3. Derive the general differential equations of geodesic on the surface $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$.

सतह $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ पर भूगणितीय सामान्य अवकल समीकरण निकालिये।

4. Show that $\frac{\partial A_r}{\partial x^s}$ is not a tensor even though A_p is a covariant tensor of rank 1.

दिखाइये $\frac{\partial A_r}{\partial x^s}$ एक टेन्सर नहीं है जबकि A_r एक कोवैरिएन्ट टेन्सर रैंक 1 का है ।

Section - B / खंड-ख

(Short answer type Questions) (लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short-answer-type questions of five (5) marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (4×5=20)

नोट : खंड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिए गए हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए पाँच अंक निर्धारित हैं । शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।

1. Prove that (सिद्ध कीजिए)

$$g^{ij} g^{kl} dg_{ik} = - dg^{il}$$

2. What is null geodesic ?
नल जीयोडिसस क्या है ?
3. Prove that equation of osculating plane is $[\bar{R} - \bar{r}, \bar{r}', \bar{r}''] = 0$
सिद्ध कीजिए कि आकसीलेटिन समतल का समीकरण $[\bar{R} - \bar{r}, \bar{r}', \bar{r}''] = 0$ है ।
4. Define right conoid.
लम्ब शंकुभ को परिभाषित कीजिए ।
5. Compute E, F, G, H for the surface $x = u, y = v, z = u^2 - v^2$
सतह $x = u, y = v, z = u^2 - v^2$ के लिए E, F, G, H, का मान निकालिये।
6. Prove that (सिद्ध कीजिए)
$$H\hat{N} \times N_1 = M\bar{r}_1 - L\bar{r}_2$$
7. Find conjugate family for the curve $Pdu + Qdv = 0$
 $Pdu + Qdv$ के लिए कान्-जुगेट फैमिली ज्ञात कीजिए ।
8. Prove that $K_g = \frac{1}{\rho} \sin \bar{\omega}$

Where $\rho = \frac{1}{k}$

सिद्ध कीजिए $K_g = \frac{1}{\rho} \sin \bar{\omega}$

Section - C / खंड-ग

(Objective type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective-type questions of one (01) mark each. All the questions of this section are compulsory. (10×1=10)

नोट : [10] (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिए गए हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए एक अंक निर्धारित है। इस खंड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Note : Indicate whether the following one true or false :

नोट : इंगित करें कि निम्नलिखित सत्य है या असत्य :

1. $\delta_2^2 = 0$

2. $\hat{b} = \hat{t} \times \hat{n}$

3. $\rho = \frac{1}{\sigma}$

4. $\hat{b} = \frac{\overline{r'} \times \overline{r''}}{|\overline{r'} \times \overline{r''}|}$

5. $\delta_j^i A^j = A^i$

6. $[ij, m] = g_{lm} \left[\frac{l}{ij} \right]$

7. Number of independent variable in a symmetric tensor A_{ij} where i, j varies from 1 to n are $n \frac{(n-1)}{2}$

सममिति टेन्सर A_{ij} के लिए स्वतंत्र अक्षरों की संख्या $n \frac{(n-1)}{2}$ है।

8. $R_{ijk}^\alpha = -R_{ijk}^\alpha$

9. $R_{\alpha jk}^\alpha = 1$

10. $\text{div } A^i = A^i_j$