

Roll No.

**BSC-12 (Bachelor of Science)
MATHEMATICS**

Second Year Examination-2014

MT-06

Numerical Analysis and Vector Calculus

(संयामक विश्लेषण एवं सदिश कलन)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 30

Note : This paper is of thirty (30) marks divided into three (03) sections. Learners are required to attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न-पत्र तीस (30) अंकों का है जो तीन (03) खंडों में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खंडों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

Section - A (खण्ड-क)

(Long answer type Questions) / (दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long-answer-type questions of $7\frac{1}{2}$ marks each. Learners are required to answer any two (02) questions only. $(2 \times 7\frac{1}{2} = 15)$

नोट : खंड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिए गए हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए $7\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. With the help of following data find value of y at $x = 23$.

x	10	20	30	40	50	60	70	80
$y = (ex)$	1	8	27	64	125	216	343	512

निम्नलिखित आकड़ों की सहायता से $x = 23$ पर y का मान ज्ञात कीजिए।

x	10	20	30	40	50	60	70	80
$y = (ex)$	1	8	27	64	125	216	343	512

2. Using Bessel's formula find the value of y_{25} when

$$y_{20} = 2854, y_{24} = 3162, y_{28} = 3544, y_{32} = 3992.$$

वेसल सूत्र से y_{25} का मान ज्ञात कीजिए। जबकि

$$y_{20} = 2854, y_{24} = 3162, y_{28} = 3544, y_{32} = 3992.$$

3. Using suitable formula solve the following integral

$$\int_{0.5}^{0.7} x^{1/2} e^{-x} dx.$$

उचित सूत्र का प्रयोग कर निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें।

$$\int_{0.5}^{0.7} x^{1/2} e^{-x} dx.$$

4. Prove that $\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$ where symbols have their usual meaning.

$$\text{सिद्ध कीजिए कि } \nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$$

Section - B (खण्ड-ख)

(Short answer type Questions) / (लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short-answer-type questions of 2½ marks each. Learners are required to answer any four (04) questions only. (4×2½=10)

नोट : खंड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिए गए हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए 2½ अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the value of $\frac{d}{dt}(\bar{a} \cdot a)$

$\frac{d}{dt}(\bar{a} \cdot a)$ का मान ज्ञात कीजिए।

2. If $\bar{f} = x^2 y\hat{i} + xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$, then prove that $\text{div}(\text{curl } \bar{f}) = 0$.

यदि $\bar{f} = x^2 y\hat{i} + xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$, हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\text{div}(\text{curl } \bar{f}) = 0.$$

3. Show that

$$(i) \quad E \Delta \equiv 1 \quad (ii) \quad ED \equiv 1$$

Where symbols have their usual meaning.

सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad E \Delta \equiv 1 \quad (ii) \quad ED \equiv 1$$

4. Find the function whose first difference is $x^3 + 3x^2 + x$.

वह फलन ज्ञात कीजिए जिसका प्रथम अंतर $x^3 + 3x^2 + x$ है ?

5. Solve the following equations by Gauss elimination method.

$$x + 2y + 3z = -4$$

$$3x + y - 2z = 11$$

$$2x - y + z = -3$$

5. निम्न समीकरणों का गाँस विलोपन विधि द्वारा हल ज्ञात कीजिए।

$$x + 2y + 3z = -4$$

$$3x + y - 2z = 11$$

$$2x - y + z = -3$$

6. Solve the following differential equation by Euler's method

$$\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{y}{x}, \text{ where } y = 2 \\ \text{when } x = 1 \text{ (h = 0.05)}$$

आयलर विधि द्वारा निम्न अवकलन समीकरण को y के लिए हल कीजिए।

$$\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{y}{x}, \text{ जहाँ } y = 2$$

जब x = 1 (h = 0.05)

7. Prove that : $\sigma \equiv \frac{E^{1/2}}{(E-1)}$

$$\text{सिद्ध कीजिए : } \sigma \equiv \frac{E^{1/2}}{(E-1)}$$

जहाँ संकेतांको का सामान्य अर्थ है।

8. Prove that : $\Delta_{y,z}^2 x^3 = x + y + z$

सिद्ध कीजिए : $\Delta_{y,z}^2 x^3 = x + y + z$

Section - C (खण्ड-ग)

(Objective type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective-type questions of $\frac{1}{2}$ mark each. All the questions of this section are compulsory. $(10 \times \frac{1}{2} = 5)$

नोट : खंड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिए गए हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए $\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित है। इस खंड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. Fill in the blank :

$$(1 + \Delta)(1 - \nabla) = \dots \dots \dots$$

रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए।

$$(1 + \Delta)(1 - \nabla) = \dots \dots \dots$$

2. Value of $\Delta^n x^m$ will be

(a) $(n!) h^n$ if $n = m$ and zero if $n > m$

(b) x^{n-m} if $n > m$ and zero if $n = m$

(c) x^{n+m} if $n \geq m$ and zero if $n < m$

(d) Always zero.

$\Delta^n x^m$ का मान होगा

(अ) $(n!) h^n$ यदि $n = m$ एवं शून्य यदि $n > m$

(ब) x^{n-m} यदि $n > m$ एवं शून्य यदि $n = m$

(स) x^{n+m} यदि $n \geq m$ एवं शून्य यदि $n < m$

(द) सदैव शून्य

3. Reciprocal factorial $x^{(-n)}$ will be

(a) $\frac{1}{x^{(n)}}$ (b) $(x + h)^{(n)}$

(c) $\frac{1}{(x + nh)(n)}$ (d) $(x + nh)^{(n)}$

व्युत्क्रम क्रमगुणित $x^{(-n)}$ का मान होगा

(अ) $\frac{1}{x^{(n)}}$ (ब) $(x+h)^{(n)}$

(स) $\frac{1}{(x + nh)(n)}$ (द) $(x + nh)^{(n)}$

4. If $E_0 f(x) = f(x + 1)$, then

(a) $E^h = E_o$ (b) $E = E_0^h$

(c) $E = hE_0$ (d) $E = (E_0)^{\frac{1}{h}}$

यदि $E_0 f(x) = f(x + 1)$ तब

(अ) $E^h = E_o$ (ब) $E = E_0^h$

(स) $E = hE_0$ (द) $E = (E_0)^{\frac{1}{h}}$

5. The $(n + 1)^{th}$ divided difference of polynomial of degree n will be.

(a) 1 (b) 0

(c) -1 (d) a polynomial of degree

n घात के बहुपद का $(n + 1)^{th}$ वाँ विभाजित अन्तर होगा।

(अ) 1 (ब) 0

(स) -1 (द) एक घात का बहुपद

6. Among the followings which is the incorrect statement.

(a) $\delta \equiv E^{\frac{1}{2}} - E^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\mu \equiv \frac{1}{2} \left(E^{\frac{1}{2}} + E^{-\frac{1}{2}} \right)$

(c) $\delta \equiv AE^{-\frac{1}{2}}$ (d) $\delta \equiv \Delta E^{-\frac{1}{2}}$

निम्नलिखित में से असत्य कथन बताइये।

(अ) $\delta \equiv E^{\frac{1}{2}} - E^{-\frac{1}{2}}$ (ब) $\mu \equiv \frac{1}{2} \left(E^{\frac{1}{2}} + E^{-\frac{1}{2}} \right)$

(स) $\delta \equiv AE^{-\frac{1}{2}}$ (द) $\delta \equiv \Delta E^{-\frac{1}{2}}$

7. If C be the boundary of a rectangle $x = \pm a, y = 0, y = b$. then
the value of the integral $\int_C [(x^2 + y^2) dx - 2xy dy]$ will
be :

(a) a^2 (b) $\frac{a}{b^2}$

(c) $\frac{4a}{b^2}$ (d) $-4ab^2$

आयत की $x = \pm a, y = 0, y = b$ की परिसीमा पर समाकल
 $\int_C [(x^2 + y^2) dx - 2xy dy]$ का मान है।

(अ) a^2 (ब) $\frac{a}{b^2}$

(स) $\frac{4a}{b^2}$ (द) $-4ab^2$

8. If $\bar{f}(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$ then $\int_1^2 \bar{f}(t) dt$ will be

(a) $\frac{3}{2}\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ (b) $3\hat{k}$

- (c) $\frac{3}{2}\hat{i}$ (d) Zero

यदि $\bar{f}(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$ तो $\int_1^2 \bar{f}(t) dt$ का मान होगा ।

- (अ) $\frac{3}{2}\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ (ब) $3\hat{k}$

- (स) $\frac{3}{2}\hat{i}$ (द) Zero

9. Factorial function $x^{(3)}$ ($h = 1$) will be given by

- (a) $(x+1)(x+2)(x+3)$ (b) $x(x+1)(x+2)$
(c) $x(x-1)(x-2)$ (d) $x^3 + x^2 + x$

9. क्रमगुणित फलन $x^{(3)}$ ($h = 1$) का मान होगा ।

- (अ) $(x+1)(x+2)(x+3)$ (ब) $x(x+1)(x+2)$
(स) $x(x-1)(x-2)$ (द) $x^3 + x^2 + x$

10. Value of $\Delta^n O^m$ ($n = m$) will be

- (a) O (b) n
(c) $n!$ (d) $(n-1)!$

$\Delta^n O^m$ ($n = m$) का मान होगा ।

- (अ) O (ब) n
(स) $n!$ (द) $(n-1)!$