

Roll No.

**BSC-12 (Bachelor of Science)
Mathematics
Second Year Examination-2015
MT-06**

**Numerical Analysis and Vector Calculus
(संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन)**

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 30

Note : The Question paper is divided into three section A, B and C. Attempt Questions of each section according to given instruction.

नोट : यह प्रश्न-पत्र क, ख और ग तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक के निर्देशानुसार प्रश्नों का उत्तर दें।

Section - A / खण्ड-क

(Long Answer Type Questions)/(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Answer any two questions. All questions carry equal marks. (2×7½=15)

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. Find the value of integral $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ by

- (i) Simpson's 1/3 rule
- (ii) Simpson's 3/8 rule

(iii) Weddle's rule

and find the error in the answer by these method with correct value.

समाकल $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान निम्न द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i) सिम्पसन 1/3 नियम

(ii) सिम्पसन 3/8 नियम

(iii) वैडल नियम से और

समकल के सही मान से तीनों विधियों से प्राप्त मान में त्रुटि ज्ञात कीजिए।

2. With the help of following data find the value of y at x = 10

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	7	26	63	124	215	342	511

निम्नलिखित आंकड़ों की सहायता से x=10 वा y का मान ज्ञात कीजिए।

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	7	26	63	124	215	342	511

3. Differential equation $\frac{dy}{dx} = x + y$ where $y(0) = 1$ Solve by

Modified Euler's method

$x = 0.05$ and $x = 0.1$ find y

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + y$ जहाँ $y(0) = 1$ को आयलर की

परिवर्धित विधि द्वारा हल करते हुए $x = 0.05$ तथा $x = 0.1$ के लिए
 y ज्ञात कीजिए।

4. State and prove Gauss divergence theorem
 गॉस अपरसरण प्रमेय को परिभाषित और सिद्ध कीजिए।

Section - B / खण्ड-ख

(Short Answer Type Questions) (लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Answer any four (04) questions. Each question carries equal marks. $(4 \times 2\frac{1}{2} = 10)$

नोट : किन्हीं चार (04) प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. Prove that $\triangleright = \frac{1}{h} \left[\nabla + \frac{\nabla^2}{2} + \frac{\nabla^3}{3} + \frac{\nabla^4}{4} + \dots \right]$

सिद्ध कीजिए $\triangleright = \frac{1}{h} \left[\nabla + \frac{\nabla^2}{2} + \frac{\nabla^3}{3} + \frac{\nabla^4}{4} + \dots \right]$

2. Prove that $\left(\frac{\Delta^2}{E} \right) \left(\frac{e^x E e^x}{\Delta^2 e^x} \right) = e^x, h = 1$

सिद्ध कीजिए $\left(\frac{\Delta^2}{E} \right) \left(\frac{e^x E e^x}{\Delta^2 e^x} \right) = e^x, h = 1$

3. Prove that $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = {}^{n+1}C_1 u_0 + {}^{n+1}C_2 \Delta U_o + {}^{n+1}C_3 \Delta^2 U_o + \dots + \Delta^n u_o$

सिद्ध कीजिए $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = {}^{n+1}C_1 u_0 + {}^{n+1}C_2 \Delta u_o + {}^{n+1}C_3 \Delta^2 u_o + \dots + \Delta^n u_o$

4. Prove that $\mu\delta = \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$

$$\text{सिद्ध कीजिए } \mu\delta = \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$$

5. If $\vec{f}(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$

$$\vec{g}(t) = \hat{i} - 2\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$\vec{h}(t) = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k} \text{ then find the value of } \int_1^2 \vec{f} \times (\vec{g} \times \vec{h}) dt$$

$$\text{यदि } \vec{f}(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$\vec{g}(t) = \hat{i} - 2\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$\vec{h}(t) = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k} \text{ इसका मान ज्ञात कीजिए } \int_1^2 \vec{f} \times (\vec{g} \times \vec{h}) dt$$

6. Prove that

$$\text{curl}(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f} \cdot \text{div} \vec{g} - \vec{g} \cdot \text{div} \vec{f} + (\vec{g} \cdot \nabla) \vec{f} - (\vec{f} \cdot \nabla) \vec{g}$$

सिद्ध कीजिए

$$\text{curl}(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f} \cdot \text{div} \vec{g} - \vec{g} \cdot \text{div} \vec{f} + (\vec{g} \cdot \nabla) \vec{f} - (\vec{f} \cdot \nabla) \vec{g}$$

7. Find the acute angle between the surfaces $xy^2z - 3x - z^2 = 0$ and $3x^2 - y^2 - 2z = -1$ at the point $(1, -2, 1)$.

सतहों $xy^2z - 3x - z^2 = 0$ और $3x^2 - y^2 - 2z = -1$ के बीच का न्यून कोण $(1, -2, 1)$ बिन्दु पर ज्ञात कीजिए।

8. If $f = 3x^2y$ and $g = xz^2 - 2y$ then grad [(grad f) . (grad g)].
Find the value.

यदि $f = 3x^2y$ और $g = xz^2 - 2y$ हो तो grad [(grad f) . (grad g)] का मान ज्ञात कीजिए।

Section - C / खण्ड-ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective-type questions of $\frac{1}{2}$ mark each. All the questions of this section are compulsory. $(10 \times \frac{1}{2} = 5)$

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गए हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए एक ($\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. If $f(x) = 2$, then the value of $\Delta f(x) = \dots$.
यदि $f(x) = 2$ हो तो $\Delta f(x)$ का मान होगा \dots .
2. Relation between operator E and Δ is \dots .
संकारक E एवं Δ में सम्बंध है \dots .
3. Divident difference interpolation uses for \dots .
विभाजन अन्तर अन्तर्वेशन का प्रयोग होता है \dots .
4. $\text{grad} \left(\frac{f}{g} \right) = \dots$
 $\text{grad} \left(\frac{f}{g} \right) = \dots$.
5. Divergence of solenoidal vector is \dots .
परिनालिका संदिश के अपसरण का मान \dots .

6. If $E_o f(x) = f(x + 1)$ then select the correct option

- (a) $E^h = E_0$ (b) $E = E_0^h$
 (c) $E = hE_0$ (d) $E = (E_0)^{1/h}$

यदि $E_0 f(x) = f(x + 1)$ तो निम्न में से सही विकल्प चुनिए

- (a) $E^h = E_0$ (b) $E = E_0^h$
 (c) $E = hE_0$ (d) $E = (E_0)^{1/h}$

7. Simpson's 1/3 value is

$$(a) \quad \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 4(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 2(y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1})]$$

$$(b) \quad \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$$

$$(c) \quad \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 3(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$$

(d) none of these

सिम्प्सन का एक तिहाई नियम

$$(a) \quad \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 4(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 2(y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1})]$$

$$(b) \quad \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$$

(c) $\frac{h}{3} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 3(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$

(d) इनमें से कोई नहीं

8. Weddle's rule:

(a) $\frac{3h}{5} [y_0 + 6y_1 + y_2 + 5y_3 + y_4 + 5y_5 + \dots]$

(b) $\frac{3h}{10} [y_0 + 6y_1 + y_2 + 5y_3 + y_4 + 5y_5 + \dots]$

(c) $\frac{3h}{10} [y_0 + 5y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + 5y_5 + \dots]$

(d) None of these

वैडल का नियम

(a) $\frac{3h}{5} [y_0 + 6y_1 + y_2 + 5y_3 + y_4 + 5y_5 + \dots]$

(b) $\frac{3h}{10} [y_0 + 6y_1 + y_2 + 5y_3 + y_4 + 5y_5 + \dots]$

(c) $\frac{3h}{10} [y_0 + 5y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + 5y_5 + \dots]$

(d) इनमें से कोई नहीं

9. Factorial function $c^{(3)}$ has value ($n = 1$)

(a) $(x+1)(x+2)(x+3)$

(b) $x(x+1)(x+2)$

(c) $x(x-1)(x-2)$

(d) $x^3 + x^2 + x$

ऋगुणित फल x^3 का मान होगा ($n = 1$)

- (a) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$
- (b) $x(x + 1)(x + 2)$
- (c) $x(x - 1)(x - 2)$
- (d) $x^3 + x^2 + x$

10. Relation between δ and Δ is

- (a) $\delta = \nabla E$
- (b) $\delta = \nabla E^2$
- (b) $\delta = \nabla E^{1/2}$
- (d) $\delta = \nabla E^{-1}$

δ एवं ∇ में सम्बन्ध

- (a) $\delta = \nabla E$
- (b) $\delta = \nabla E^2$
- (b) $\delta = \nabla E^{1/2}$
- (d) $\delta = \nabla E^{-1}$