

Roll No.

BSC-12 (Bachelor of Science) Mathematics

First Year, Examination-2014

MT-02

Calculus and differential equation

कलन एवं अवकलन समीकरण

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 30

Note : The Question paper is divided into three sections A, B and C. Attempt Questions of each section according to given instructions.

नोट : यह प्रश्न पत्र 'क', 'ख' और 'ग' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक के निर्देशानुसार प्रश्नों का उत्तर दें।

Section - A / खंड-क

(Long Answer Questions) /(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each carrying equal marks.

$2 \times 7\frac{1}{2} = 15$

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

- Test for convergence of the series

$$x \left[\frac{2^2 x^2}{2!} - \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} - \dots \right]$$

$$\text{श्रेणी } x \left[\frac{2^2 x^2}{2!} - \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} - \dots \right]$$

के अभीसरण का परीक्षण कीजिए।

- Evaluate $\iiint x^2 dxdydz$ over the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

$\iiint x^2 dxdydz$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ समाकलन का क्षेत्र सम्पूर्ण

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ है।

- Solve : $y \sin 2x dx + (1 - y^2) \cos^2 x dy = 0$

हल कीजिए : $y \sin 2x dx + (1 - y^2) \cos^2 x dy = 0$

- Show that the minima for $u(x, y) = xy - a^3 \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ is $3a^2$

प्रदर्शित कीजिए कि फलन $u(x, y) = xy - a^3 \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ का निम्निष्ट

मान $3a^2$ है।

Section - B / खंड-ख

(Short Answer Questions) (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Answer any 04 Questions. Each question carries equal marks. $(4 \times 2\frac{1}{2} = 10)$

नोट : किन्हीं 04 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. If $u = \sin^{-1} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$.

यदि $u = \sin^{-1} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ है तो सिद्ध करो कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$

2. Find Lagrange form of remainder after n terms for $\log(1+x)$.

$\log(1+x)$ के प्रसार में n पदों के पश्चात् लाग्रांज शेष पद प्राप्त कीजिए।

3. Show that radius of curvature at any point for $r = ae^{\theta \cot x}$ is $r \cos x$

सिद्ध करो कि $r = ae^{\theta \cot x}$ के किसी बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या $r \cos x$ है।

4. Find nature of double points for

$$x^3 + y^2 + 7x^2 - 4y - 15x - 13 = 0$$

वक्र $x^3 + y^2 + 7x^2 - 4y - 15x - 13 = 0$ के द्विक बिन्दुओं की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

5. Find the area of curve $r = 2a \cos \theta$

वृत्त $r = 2a \cos \theta$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

6. Show that $\int_0^{\pi/2} \tan^n x dx = \frac{\pi}{2} \sec \frac{n\pi}{2}$

दर्शाइये कि $\int_0^{\pi/2} \tan^n x dx = \frac{\pi}{2} \sec \frac{n\pi}{2}$

7. Solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} = y + y^2 \log x$

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y + y^2 \log x$ को हल कीजिये।

8. Find asymptotes of the following curve

$$x^3 - 2x^2y \neq xy^2 \neq 2y^3 - xy \neq y^2 \neq 1$$

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियों को ज्ञात कीजिये

$$x^3 - 2x^2y \neq xy^2 \neq 2y^3 - xy \neq y^2 \neq 1$$

Section - C / खंड-ग

(Objective Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Answer all questions. Each question carries $\frac{1}{2}$ marks.

$(10 \times \frac{1}{2} = 5)$

Write T for true statement and F for false statement :

सत्य कथनों के लिये T तथा असत्य कथनों के लिये F लिखें :

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न $\frac{1}{2}$ अंक का है।

1. $f(a,b)$ is maxima of $f(x, y)$ if $rt-s^2 > 0$ and $r > 0$.

$f(a, b), f(x, y)$ का एक उच्चष्ट मान है यदि $rt-s^2 > 0$ तथा $r > 0$

2. If equation of curve is $r = f(\theta)$ then $\frac{ds}{d\theta} = \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}$

यदि वक्र का समीकरण $r = f(\theta)$ है तब $\frac{ds}{d\theta} = \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}$

3. By changing the order of integration in double integral value of integral change.

द्विसमाकलन के क्रम परिवर्तन से समाकलन का मान परिवर्तित हो जाता है।

4. Relation between Beta function and Gamma function is

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\Gamma(n)}$$

बीटा फलन तथा गामा फलन के बीच में सम्बन्ध है

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\Gamma(n)}$$

5. Integrating factor for $x^2 \frac{dy}{dx} - 2yx + 4x^2$ is $(1/x^2)$

अवकलन समीकरण $x^2 \frac{dy}{dx} - 2yx + 4x^2$ का समाकलन गुणक $(1/x^2)$ है।

Choose the most appropriate answer.

सही उत्तर का चुनाव कीजिये ।

6. If $x \square r \cos\theta, y \square r \sin\theta$, then $\frac{\square\theta}{\square x}$ is

(a) $\lambda \frac{\sin\theta}{r}$

(b) $\frac{r}{\sin\vartheta}$

(c) $\frac{\sin\theta}{r}$

(d) $\lambda \frac{1}{r \sin\theta}$

यदि $x \square r \cos\theta, y \square r \sin\theta$, तब $\frac{\square\theta}{\square x}$

(अ) $\lambda \frac{\sin\theta}{r}$

(ब) $\frac{r}{\sin\vartheta}$

(स) $\frac{\sin\theta}{r}$

(द) $\lambda \frac{1}{r \sin\theta}$

7. Pedal formula for radius of curvature is

(a) $\frac{1}{r} \frac{dr}{dp}$

(b) $r \frac{dr}{dp}$

(c) $\frac{1}{r} \frac{dp}{dr}$

(d) $r \frac{dp}{dr}$

वक्रता बिज्या का पदिक समीकरण के लिये सूत्र है :

(अ) $\frac{1}{r} \frac{dr}{dp}$

(ब) $r \frac{dr}{dp}$

(स) $\frac{1}{r} \frac{dp}{dr}$

(द) $r \frac{dp}{dr}$

8. The asymptotes of the curve $y^2(x^2 - a^2) = x$ which are parallel to the x axis are -

(a) $x = a$

(b) $y = a$

(c) $y = 0, y = 0$

(d) $x = 0$

वक्र $y^2(x^2 - a^2) = x$ का x अक्ष के समान्तर अनन्तस्पर्शी है।

(अ) $x = a$

(ब) $y = a$

(स) $y = 0, y = 0$

(द) $x = 0$

9. The curve $y = x^3$ is symmetrical about the -

(a) x-axis

(b) y-axis

(c) both the axes

(d) opposite quadrants

वक्र $y = x^3$ समित होगा

(अ) x अक्ष

(ब) y अक्ष

(स) दोनों के

(द) सम्मुख चतुर्थांशों में

10. The envelope of the family of straight lines $y \equiv mx \equiv \frac{a}{m}$ is

- (a) $y \square 4ax$ (b) $y^2 \square 4ax$
 (c) $y^2 \square ax$ (d) $y^2 \square 2ax$

सरल रेखाओं के कुल $y - mx - \frac{a}{m}$ का अन्वालोप होगा